混合キャリア系におけるプラズマ周波数と光学反射について

2014.9.15　　鈴木　実

[1]　混合キャリアのプラズマ周波数

電子と正孔の両方が存在する場合や，あるいは s 電子と d 電子が存在するような場合は導電率やホール係数など輸送係数に関する数式の取り扱いが少し複雑になる．一般に，このような場合の輸送係数を取り扱うために用いられる簡単な仮定を混合キャリアモデルあるいは 2 バンドモデルという．

以下では混合キャリアの場合のプラズマ周波数 ω_{p} を考える．Ashcroft-Mermin の p.15 にあるようなモデルを有効質量 m_1，電荷 q_1，濃度 n_1 のキャリア 1 と有効質量 m_2，電荷 q_2，濃度 n_2 のキャリア 2 のそれぞれについて考える．キャリア 1 の集団運動の変位を正の方向に x_1，キャリア 2 の集団運動の変位を x_2 とすると，それぞれの運動に伴って，左端には単位面積辺り $-q_1n_1$ および $-q_2n_2$ の電荷が，右端には $q_1n_1x_1$ および $q_2n_2x_2$ 発生する．この電荷によって形成される電場 E は

$$E = -\frac{1}{\epsilon}(q_1n_1x_1 + q_2n_2x_2) \tag{1}$$

となる．

次に，キャリア 1 とキャリア 2 の数をそれぞれ N_1，N_2 とすると，キャリア 1 全体およびキャリア 2 全体に関する運動方程式は，

$$N_1m_1\frac{\mathrm{d}^2x_1}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{1}{\epsilon}(q_1n_1x_1 + q_2n_2x_2)q_1N_1 \tag{2}$$

$$N_2m_2\frac{\mathrm{d}^2x_2}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{1}{\epsilon}(q_1n_1x_1 + q_2n_2x_2)q_2N_2 \tag{3}$$

となる．この連立線型微分方程式は $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ の解をもち，ω は次の方程式から得られる．

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - \dfrac{q_1^2n_1}{\epsilon m_1} & \dfrac{q_1q_2n_2}{\epsilon m_2} \\ \dfrac{q_1q_2n_1}{\epsilon m_2} & \omega^2 - \dfrac{q_2^2n_2}{\epsilon m_2} \end{vmatrix} = 0 \tag{4}$$

これを解くと，

$$\omega_{\mathrm{p}}^2 = \omega_{\mathrm{p1}}^2 + \omega_{\mathrm{p2}}^2 \tag{5}$$

となる．ただし，$\omega_{\mathrm{p}i}$ $(i = 1, 2)$ は

$$\omega_{\mathrm{p}i}^2 = \frac{q_i^2n_i}{\epsilon m_i} \tag{6}$$

である．

[2]　光学反射

混合キャリアモデルにおける導電率 $\sigma(\omega)$ はそれぞれのキャリアによる導電率を $\sigma_1(\omega)$，$\sigma_2(\omega)$ とすると，時間因子を $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ とした場合，

$$\sigma(\omega) = \sigma_1(\omega) + \sigma_2(\omega) \tag{7}$$

$$\sigma_1(\omega) = \frac{n_1q_1^2\tau_1}{m_1}\frac{1}{1+\mathrm{i}\omega\tau_1}, \quad \sigma_2(\omega) = \frac{n_2q_2^2\tau_2}{m_2}\frac{1}{1+\mathrm{i}\omega\tau_2}, \tag{8}$$

である．複素比誘電率を ϵ_{r}^* とすると，

$$\epsilon_{\mathrm{r}}^* = \epsilon_\infty\left[1 - \frac{\mathrm{i}\sigma(\omega)}{\epsilon_0\epsilon_\infty\omega}\right] \tag{9}$$

であるから（「固体物性と電気伝導」の p.365），(7)，(8) を代入して，

$$
\begin{aligned}
\epsilon_{\mathrm{r}}^{*} &= \epsilon_\infty \left[1 - \frac{\omega_{\mathrm{p1}}^2 \tau_1}{\omega} \frac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}\omega\tau_1} - \frac{\omega_{\mathrm{p2}}^2 \tau_2}{\omega} \frac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}\omega\tau_2}\right] \\
&= \epsilon_\infty \left[1 - \frac{\omega_{\mathrm{p1}}^2}{\omega(\omega - \mathrm{i}\gamma_1)} - \frac{\omega_{\mathrm{p2}}^2}{\omega(\omega - \mathrm{i}\gamma_2)}\right] \\
&= \epsilon_\infty \left[1 - \frac{\omega_{\mathrm{p1}}^2}{\omega} \frac{\omega + \mathrm{i}\gamma_1}{(\omega^2 + \gamma_1^2)} - \frac{\omega_{\mathrm{p2}}^2}{\omega} \frac{\omega + \mathrm{i}\gamma_2}{(\omega^2 + \gamma_2^2)}\right] \qquad (10)
\end{aligned}
$$

となる．ただし，$\gamma_i = 1/\tau_i$ および

$$
\omega_{\mathrm{p}i}^2 = \frac{q_i^2 n_i}{m_i \epsilon_0 \epsilon_\infty} \qquad (11)
$$

である．$\epsilon_{\mathrm{r}}^{*} = \epsilon_1 - \mathrm{i}\epsilon_2$ とすると，複素比誘電率の実部 ϵ_1 および虚部 ϵ_2 は

$$
\begin{aligned}
\epsilon_1 &= \epsilon_\infty \left(1 - \frac{\omega_{\mathrm{p1}}^2}{\omega^2 + \gamma_1^2} - \frac{\omega_{\mathrm{p2}}^2}{\omega^2 + \gamma_2^2}\right) \qquad (12) \\
\epsilon_2 &= \epsilon_\infty \left[\frac{\omega_{\mathrm{p1}}^2 \gamma_1}{\omega(\omega^2 + \gamma_1^2)} + \frac{\omega_{\mathrm{p2}}^2 \gamma_2}{\omega(\omega^2 + \gamma_2^2)}\right] \qquad (13)
\end{aligned}
$$

となる．これより，混合キャリア系におけるプラズマ振動に伴う光学反射率 R は

$$
R = \frac{\sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} + 1 - \sqrt{2(\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})}}{\sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} + 1 + \sqrt{2(\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})}} \qquad (14)
$$

と表される．