

1 はじめに

単結晶のように結晶方位がすべてそろって物質が均一で電流も均一な場合にはホール測定で得られるホール係数は明解で公式の通りである。導電率が異方的な場合でも、電流が結晶軸方向に流れる場合には、あるいは電流の方向が結晶軸から明確に定義できる場合には、明確にホール係数を測定することができる。

しかし、ホール測定をするのはこのような良質な試料とはいえない場合も少なくない。例えば、不純物相（第2相）が存在する場合、あるいは不純物相がなくても単結晶ではない場合である。前者の場合は明らかに異相が存在するので、その相からのホール電圧への寄与が問題になる。後者では、多結晶となるので、結晶粒界がどのようになっているのが重要で、その状態が抵抗率に影響し、敏感に依存するような場合には、それに応じてホール測定の結果が変わることも考えられる。もし、このような効果を重大に捉えれば単結晶でない試料を用いた場合にはホール測定は本来の目的を達し得ないことになる。

最近明らかになりつつある物性では、単結晶でありながら、相転移付近の温度領域では低温相と高温相が相分離のような形で両方存在していることが指摘されている。単結晶とはいえども、そのような温度領域でホール測定をするのは果たして本来の目的に沿った意味で無意味となるのであろうか。

そこで、ここではこのような場合に、それぞれの相の導電率の特性がいかなる条件にあるときにホール測定が意味を有するのか、あるいはどのような場合に解釈が困難になるのか、単純な古典的モデルに従って考えてみることにしよう。

2 モデル

不純物相を1種類含むシートを考えよう。含有割合が大きい相（主たる相）を相1とし、割合が小さい相を相2とする。シートの法線方向に磁場が加わるとし、電流の流れる方向を x 軸、磁場の方向を z 軸とする。ホール係数が正の場合にホール電界は y 軸の正の方向を向く。

ホール測定をする試料はシート状となっており、電流方向に長さ l 、厚さが t 、幅が w であるとする。（ l と t はこの後直接問題と関わりがなくなるので1としても良い。）

不純物相を含むシートをミクロに見た場合、一般に図1(a)のようになっていると考えてみよう。図で白い部分を相1、灰色の部分を相2となる。多くの場合、 t, l, w を合わせるか、あるいは等価な置換えをすればこのように取り扱うことができるはずである。

次に図1(b)のように不純物相をもとの形に近い矩形に置き換える。このように変形してもホール電圧に大きな変化を与えることはない。考え方を単純にするために、図1(c)に示すように、 x 軸方向に垂直な面で不純物相の x 方向境界のところを分断して考える。ホール電圧は y 方向であるからこのように分断して考えても影響はないとして良い。こうして取り出した形の1つが図1(d)になる。不純物相が複数含まれていれば、それは1つの不純物相を含む部分を複数相加的に考えれば良い。そこで1つの不純物相を含む部分を考えることにするが、考えやすくするために、図1(e)のように不純物相を端におくことにする。相1と相2のキャリア濃度を n_1 と n_2 、移動度を μ_1 と μ_2 、幅を w_1 と w_2 などとする。その他の変数やベクトルの取り方などは図1(e)に示す通りである。

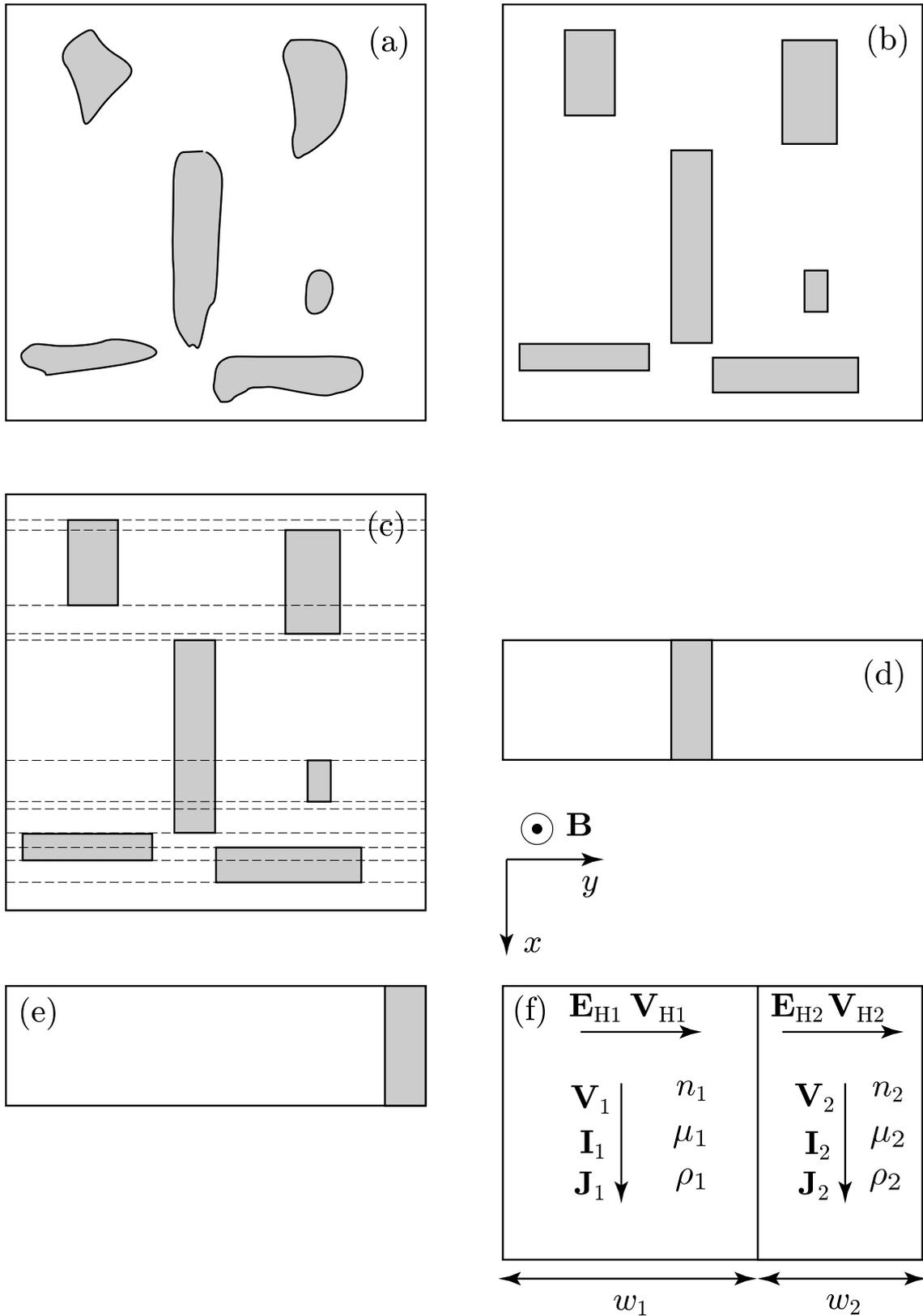


図 1: 不純物を含む不均一媒質からできたホール測定用試料。幅と長さを不純物相と同じ程度の場合に描いているが、これよりも大きくしても議論は相加的になるのみで、本質的な違いはない。(a) 実際に近い不均一試料の例、(b) 不純物の部分を矩形にした場合の等価な構造、(c) x 軸と垂直な面で分断、(d) 分断された部分の 1 つ、(e) 不純物相の配置を等価的に移動、(f) 相 1 と相 2 の寸法や輸送定数など。

3 ホール電圧

図 1(f) で上端から下端へ定電流 I が流れ、そのうち I_1 が相 1 へ、 I_2 が相 2 に流れるとしよう。相 1 のホール電界 E_{H1} は相 1 のホール係数を R_{H1} として、

$$E_{H1} = R_{H1} J_1 B \quad (1)$$

である。したがって、相 1 のホール電圧 V_{H1} は

$$V_{H1} = w_1 E_{H1} = w_1 R_{H1} J_1 B = w_1 R_{H1} \sigma_1 E_1 B \quad (2)$$

となる。単一種類のキャリアを考えると、キャリアの電荷を q として、 $R_{H1} = 1/qn_1$ であるから、

$$V_{H1} = w_1 \frac{1}{qn_1} qn_1 \mu_1 E_1 B = w_1 \mu_1 E_1 B \quad (3)$$

となる。相 2 についても同じことが成り立つので、

$$V_{H2} = w_2 \mu_2 E_2 B \quad (4)$$

と書ける。図 1(f) からわかるように、 $E_1 = E_2$ であるから、

$$\frac{V_{H2}}{V_{H1}} = \frac{w_2 \mu_2}{w_1 \mu_1} \quad (5)$$

となる。これから、 $w_2 \mu_2 \ll w_1 \mu_1$ が成り立てば V_{H2} は V_{H1} に対して無視できることがわかる。つまり、 $V_H \simeq V_{H1}$ が成り立つ。この時、 $I_1 \simeq I$ となれば、 $V_H/I = V_{H1}/I_1$ となり、ホール測定が相 1 のホール係数をほぼ正しく測定していることになる。次にそれを示そう。

形が図 1(f) と同じで全体が相 1 からなる均質な媒質のホール電圧 V_H と不均質な場合の V_{H1} を比較しよう。まず、

$$V_H = w R_1 J B = (w_1 + w_2) R_1 \frac{I}{t(w_1 + w_2)} B = \frac{R_1 I B}{t} = \frac{R_1 (I_1 + I_2) B}{t} \quad (6)$$

である。一方、不均質媒体では相 1 について

$$V_{H1} = w_1 R_{H1} J_1 B = w_1 R_{H1} \frac{I_1}{t w_1} B = \frac{R_1 I_1 B}{t} = \frac{R_1 I_1 B}{t} \quad (7)$$

となる。

ここで、 $I = I_1 + I_2$ と $V_1 = V_2 = V$ の関係から、

$$I_1 = \frac{V w_1 t}{\rho_1 l}, \quad I_2 = \frac{V w_2 t}{\rho_2 l}, \quad (8)$$

$$I = I_1 + I_2 = I_1 + I_1 \frac{w_2 \rho_1}{w_1 \rho_2} = I_1 \left(1 + \frac{w_2 \rho_1}{w_1 \rho_2}\right) \quad (9)$$

が成り立つ。単一種類のキャリアの場合には、

$$I = I_1 \left(1 + \frac{w_2 \mu_2 n_2}{w_1 \mu_1 n_1}\right) \quad (10)$$

となる。もし、 $n_1 \approx n_2$ であれば、式 (5) が十分小さくなる条件で式 (10) の括弧内第 2 項が無視できる。つまり、10% 程度の不純物相が含まれ、その移動度が主たる相の移動度よりも 1 桁程度小さいような場合には、

$$I \simeq I_1 \quad (11)$$

が成り立つ。あるいは、 n_2 が n_1 よりも大きくても、 μ_1 が μ_2 それを上回ってさらに1桁以上大きければ式(11)が成り立つ。実際に測定されるホール係数は $R_H = Vt/IB$ である。したがって、以上の条件が満たされる場合には、式(5), (7), (11)より

$$R_H = \frac{Vt}{IB} = \frac{(V_{H1} + V_{H2})t}{(I_1 + I_2)B} \simeq \frac{V_{H1}t}{I_1B} = R_{H1} \quad (12)$$

が成り立ち、不均質な媒質の試料でも、主たる媒質のホール係数に十分近い値が得られる。実際、多結晶試料でも単結晶試料に十分近いホール係数が測定されている [1, 2].

4 混合キャリアの場合

主たる媒質が混合キャリアの場合、ホール係数は次のように表される [3].

$$R_H = \frac{\mu_p \sigma_p - \mu_n \sigma_n}{(\sigma_p + \sigma_n)^2} = \frac{\mu_p^2 n_p - \mu_n^2 n_n}{e(n_p \mu_p + n_n \mu_n)^2} \quad (13)$$

まず、ホール係数が正の場合を考えてみよう。このとき、式(3)は次のように変わる。

$$V_{H1} = w_1 \frac{1}{R_H} JB = w_1 \frac{\mu_p^2 n_p - \mu_n^2 n_n}{n_p \mu_p + n_n \mu_n} E_1 B = f w_1 \mu_p E_1 B \quad (14)$$

ただし、

$$f = \left[1 - \left(\frac{\mu_n}{\mu_p} \right)^2 \left(\frac{n_n}{n_p} \right) \right] \frac{1}{g} \quad (15)$$

$$g = 1 + \frac{\mu_n n_n}{\mu_p n_p} \quad (16)$$

である。

一般に、 $\mu_n > \mu_p$ が成り立つので、ホール係数が正であることは、 $n_p \gg n_n$ であることを意味する。したがって、 g は1より少し大きい程度である。全体として f が0.1程度まで小さくなるような場合を考えると、 $w_1 \mu_p$ に対して $w_2 \mu_2$ が 10^{-2} 程度であれば不純物相の影響は小さいと見なして良い。移動度が 10^{-2} 程度かそれ以下になる例としては、ポラロン (polaron) や非晶質半導体、複合酸化物半導体などがある。

主たるキャリアが電子の場合には式(15)と式(16)で添字の n と p を取り替えば良い。この場合には括弧内第2項が広い範囲で1より十分小さくなるために、 $w_1 \mu_n$ に対して $w_2 \mu_2$ を単純に比較するだけで不純物相が無視できるか否かの評価が可能である。

5 その他

ホール係数をローレンツ力と端面に形成された電荷層による電場による力の平衡条件から求めることもできるが、図1(f)のような場合には電界がどのようになるのか少し気にかかる。実際は、左側の端面には ϵE_{H1} の電荷が蓄積され、右側の端面には ϵE_{H2} の電荷が蓄積される。その差分は相1と相2の界面に蓄積される。

参考文献

- [1] たとえば N. P. Ong, Z. Z. Wang, J. Clayhold, J. M. Tarascon, L. H. Greene, and W. R. McKinnon, Phys. Rev. B **35**, 8807 (1987).
- [2] たとえば M. Suzuki, Phys. Rev. B **39**, 2312 (1989).
- [3] 「固体物性と電気伝導」(森北出版) p.106.