

強磁性媒質中の磁化の方向および非対称角度依存性（改訂）¹

2015.4.4 鈴木 実

[1] 回転する磁場と強磁性体薄膜の磁化の振る舞いを表すモデル

強磁性体では1つの方向に磁化が揃う。普通、角運動量とスピンの方向が一致するするとき電子系のエネルギーが低くなるので、結合の軌道に関係する特定の結晶方位が磁化の方向となって、この結晶方位が磁化容易軸となる。通常、このような結晶方位は複数あるので、どの方向に揃うのか決まらないのではないかと気になるが、結晶欠陥などが必ず存在して、その存在により各方向の磁化のエネルギーに差が生じて結果的に1つの方向が決定される。（ただし、局所的に1つの方向に揃うのであって、離れた部分では別の方向に揃うことも、同じ理由により、十分あり得る。）外部磁場が存在しない場合でもこのような磁化は自発的に存在するので自発磁化 (spontaneous magnetization) と呼ばれる。

この自発磁化はエネルギー的に安定であるので、反転するにはある程度の強度を有する外部磁場が必要である。この磁場を保磁力 (coercivity) という。外部磁場が保磁力以下の場合、磁化を反転させることができない。したがって、磁場が保磁力以下の場合、自発磁化の方向は等価な結晶方位のうち、磁化のエネルギーが最も低い方向を中心としたある角度範囲に制限される。磁場を回転しても、磁化は磁場とともに回転することはできず、その範囲にとどまる。

磁場が保磁力よりも大きい場合は、磁場の回転により磁化も回転する。ただし、磁場の方向と磁化の方向は一般に一致しない。磁場の大きさによっては、磁場の回転に伴い、ある角度で磁化が反転またはスイッチするようなふるまいも起こる。

通常の強磁性体においては弱い磁場では磁化は反転しないものの、温度が上昇して転移温度（キュリー点）に近づくと、比較的弱い磁場でも保持力を上回って磁化が反転するようになる。このような場合に、磁場が回転したときに回転に伴って磁化は特有な振る舞いを示す。磁化のそのさまざまな振る舞いは、異方的磁気エネルギーの関数、大きさ、種類の組合せに依存する。

以下では上のような磁場に対する磁化の異方的なふるまいを表すモデルについて考える。ここでは、強磁性体の薄い板に磁場を印加した場合の磁化の方位を外部磁場の関数として計算するモデルを考えよう。今、薄い板 (slab) あるいは薄膜 (thin film) を考える。形状的な磁化容易面 (easy plane) は薄膜の面でそれに垂直な法線が磁化困難方向 (hard direction) となる。強磁性体の結晶構造を反映した磁化容易軸 (easy axes) もあるが、それも含めたモデルは後で述べることにする。このとき、強磁性体の磁化は磁化容易面の面内に存在する。ここで磁化は1つの方向に揃っていることにしよう。外部磁場が強磁性体薄膜の法線方向から磁化の方向に回転する場合を考え、その回転面内で磁化のふるまいを調べる。

強磁性体薄膜の法線方向に z 軸を選ぶ。面内の磁化の方向に x 軸をとり、右手系で考え同じ面内に y 軸をとり、これを磁場の回転軸とする。そうすると、 x 軸の正負両方向が磁化容易方向、 z 軸が磁化困難方向である。磁場は z 軸から x 軸へと回転し、 z 軸からの回転角を θ とする。また、同じように z 軸から測った磁化の回転角を α とする。これから、 $\alpha = \pi/2, 3\pi/2$ が磁化容易方向、 $\alpha = 0, \pi$ が磁化困難方向である。この時、磁場を $\mu_0 H$ として、磁化 M のエネルギー E は次式で表される。

$$E = -K \cos^2(\alpha - \pi/2) - \mu_0 M H \cos(\alpha - \theta) \quad (1)$$

右辺第2項は磁場中にある磁化のエネルギー、第1項は磁化の異方性エネルギーで、 K は異方性定数とよばれる。 E が最小になるように磁化の方向が決まると考える。式(1)を微分することにより

$$\sin \phi = \frac{K}{\mu_0 M H} \sin 2\alpha \quad (2)$$

¹本ノートは2014.12.25の同名の題目に関するノートの内容を整理し、より詳細に説明し、一部の記述の誤りを訂正したものである。

という α を決める方程式が得られる。ただし、 $\phi = \alpha - \theta$ は磁場と磁化の間の角度である。簡単のために

$$a = \frac{K}{\mu_0 M H} \quad (3)$$

とにおいて、 a を異方性定数ということにすると、式 (2) は

$$\sin \phi = a \sin 2\alpha \quad (4)$$

となり、 α は a をパラメータとして θ の関数としてニュートン法を用いた数値計算で求めることができる。

[2] 強磁性体薄膜の磁化の回転 ϕ に関する数値計算結果

数値計算の結果から、 α は a の値に応じて特徴的な3種類の振る舞いを示す。それぞれの振る舞いに対応する a の範囲は下の I. II. III. で示される。I. から III. の範囲にある a の3つの値について、数値的に計算した ϕ - θ 関係の例を図1-図3に示す。これから、磁場の方向に対して磁化がどの方向にどの程度傾くかがわかる。数値計算の結果から、磁場の方向に対する磁化の振る舞いを注目することにより、次の3つの種類に分類される。

I. $a < 0.5$

回転する磁場に対して、磁化は、位相に遅延や先進があるものの、磁場とともに回転する。

II. $0.5 < a < 1$

回転する磁場に対して、I. と同様に回転するが、ある角度で不連続的にジャンプする。磁化の方向は2つの角度範囲に制限され、磁場の回転によりそれぞれの範囲から他の範囲へジャンプする。

III. $a > 1$

磁場が回転しても、磁化は一定の角度範囲にとどまり1回転はしない。磁化が向く角度範囲は2種類存在するが、磁化はどちらか1つにとどまり、磁場が回転しても他方の角度範囲にはジャンプすることはない。

式 (4) の解は異方性エネルギー E が極大になる場合も含む。極大になる解は実際には現れない。図1-図3では E が極小となる実際に起こる解を黒色で示し、実際には実現しない解を赤で表した。安定解は、領域 I と II では1種類、領域 III では2種類存在する。

実現する解と実現しない解は、磁場と磁化のベクトルを図示すれば明らかである。図4-6に範囲 I. - III. に対応した磁場と磁化の方向を示す。図4は範囲 I. の場合で、磁場の回転と磁化の回転は番号順に進み、それぞれの番号が対応する。図4から、実現しない解は磁化が磁化困難方向を向いている（右図）のに対し、実現する方（左図）は磁化容易方向を向いていることがわかる。

領域 II. では磁場の回転に伴い、図5のように磁化が回転とスイッチ動作をする。安定解である左図では、磁場が0から π まで回転すると、磁化は0から4まで回転し、そこで反対側の4にスイッチする。その後、また磁場と共に回転し、0から反対側の0にスイッチして1回転する。

領域 III. では、2種類の解が存在する。磁化が最初に第1象限にある場合（赤色）、磁場の回転とともに0から4まで回転し、その後は領域 II. の振る舞いと異なり、スイッチしないで、5から7を經由して0に戻る。磁化の範囲はこの角度内に制限される。磁化が最初に第2象限にある場合には、0から4、そして4から0へと回転運動する。この場合も、磁化の角度は一定範囲内に制限される。

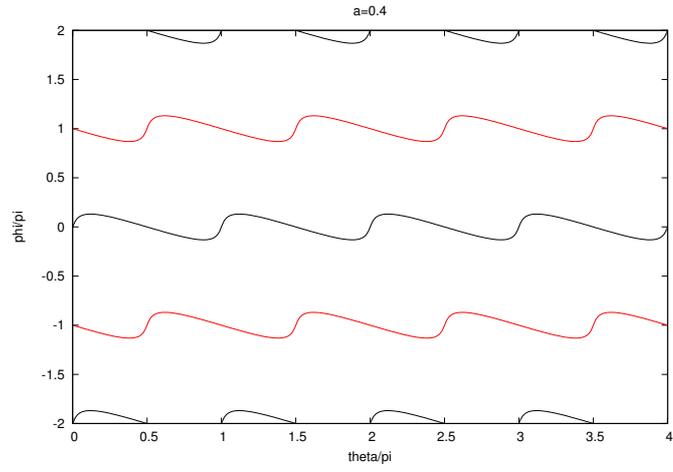


図 1: $a = 0.4$ の数値解

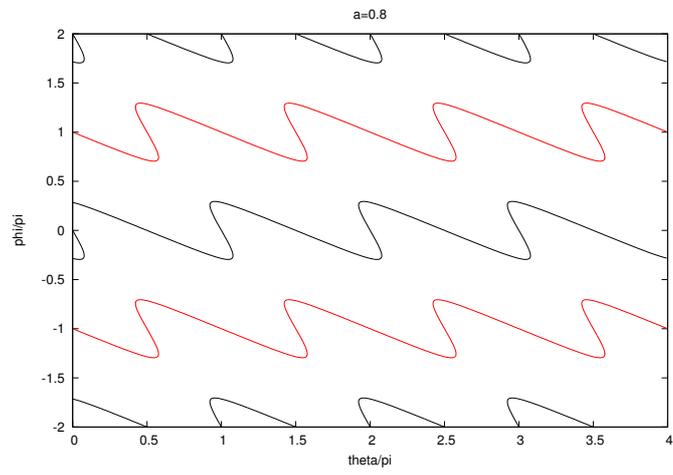


図 2: $a = 0.8$ の数値解

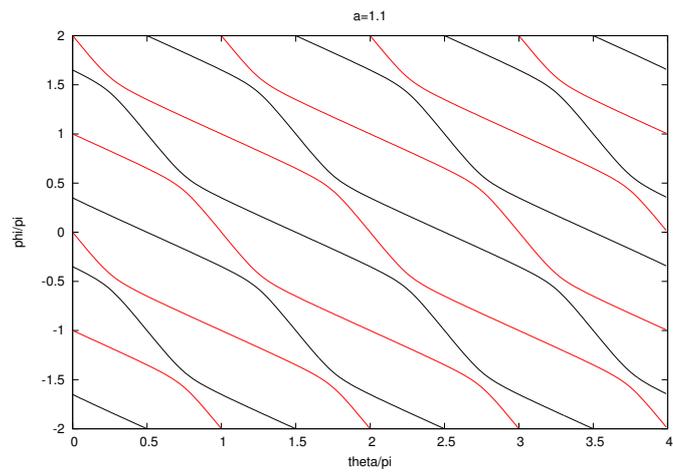


図 3: $a = 1.1$ の数値解

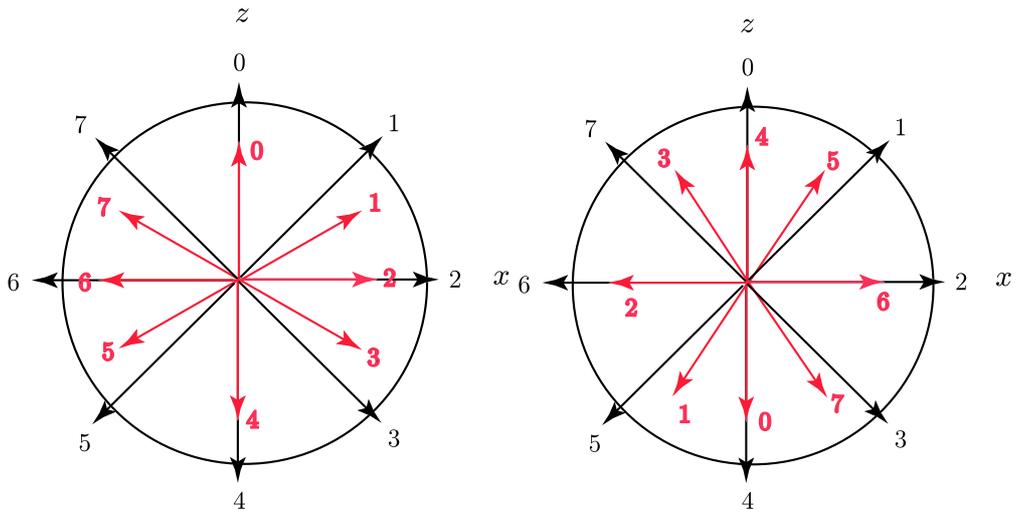


図 4: $a = 0.4$ の安定解 (左) と非安定解 (右) の磁場と磁化の方向

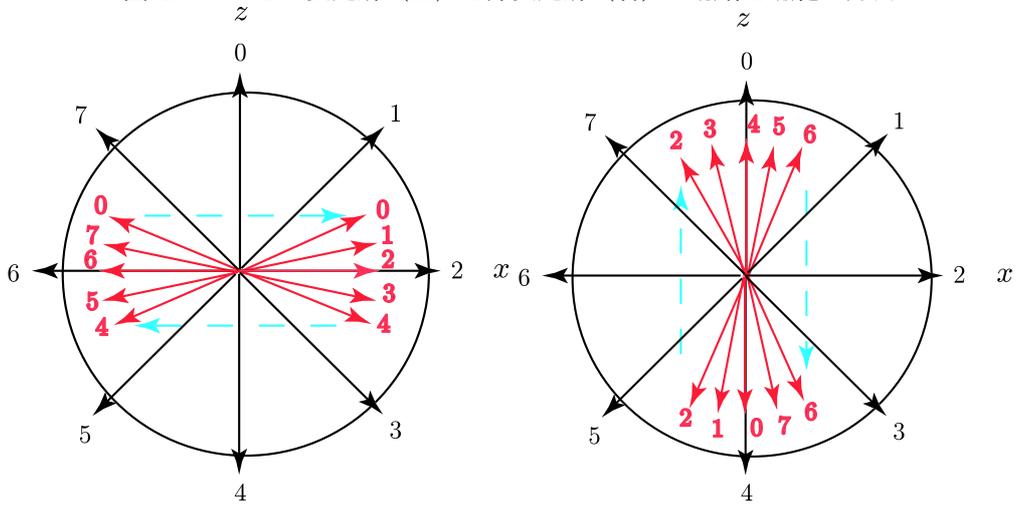


図 5: $a = 0.8$ の安定解 (左) と非安定解 (右) の磁場と磁化の方向

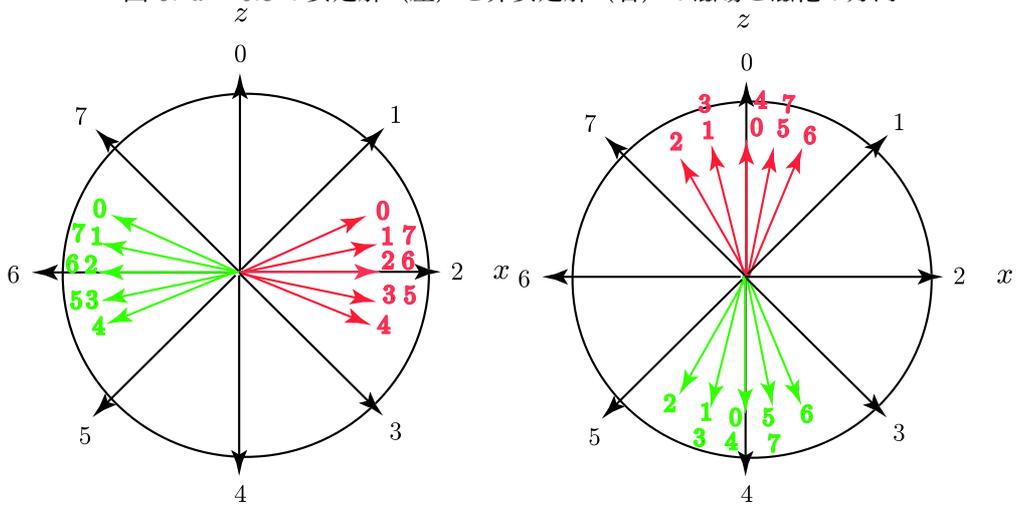


図 6: $a = 1.1$ の安定解 (左) と非安定解 (右) の磁場と磁化の方向

[3] 法線方向が磁化容易方向の場合

薄膜の法線方向が磁化容易軸の場合を考えよう。このようなケースは通常はあまり考えられないが、薄膜の法線方向が磁化容易方向の結晶軸に一致していて、薄膜が厚くてパタンの面積が非常に小さいような場合などがあるかもしれない。(あるいは、考えにくければ、 z 軸を強磁性薄膜面内に、 x 軸を法線方向に考えても良い。) その時、エネルギー E は式 (1) に対応して、

$$E = -K \cos^2 \alpha - \mu_0 MH \cos(\alpha - \theta) \quad (5)$$

となる。磁化のエネルギーが最小になる条件を求めると、同じように異方性定数を定義して、次式が得られる。

$$\sin \phi = -a \sin 2\alpha \quad (6)$$

つまり、磁化容易方向が $\pi/2$ 回転すると、異方性定数の符号が負に変化する。

異方性定数が負の場合、すなわち式 (6) による ϕ - θ 関係の数値解も同様に求めることができる。これを $a = 0.4, 0.8, 1.1$ の場合について図 7-図 9 に示す。異方性定数が正の場合と比較しないと、差がわかりにくいので、図には a の異方性定数が正の場合の安定解 (黒色)、同不安定解 (赤色)、と異方性定数が負の場合の安定解 (青色)、および同不安定解 (桃色) の 4 種類の解を示した。図から明らかなように、(4) の解は (6) の解と $\pi/2$ だけ位相が異なる。

異方性定数が正の場合と同じように、この場合にも磁場と磁化の関係を 3 つの領域について図示すると、図 10-図 12 のようになる。図の記号の示す意味は前と同様である。明らかにこの場合は、異方性定数が正の場合の磁場と磁化の関係を $\pi/2$ だけ回転させたものに等しい。

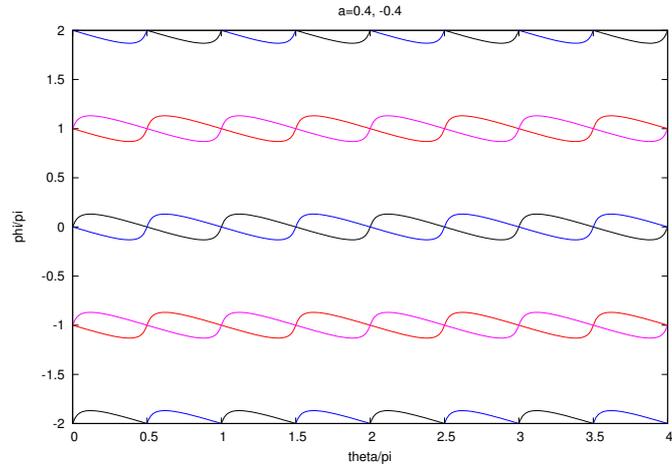


図 7: $a = 0.4$ の数値解

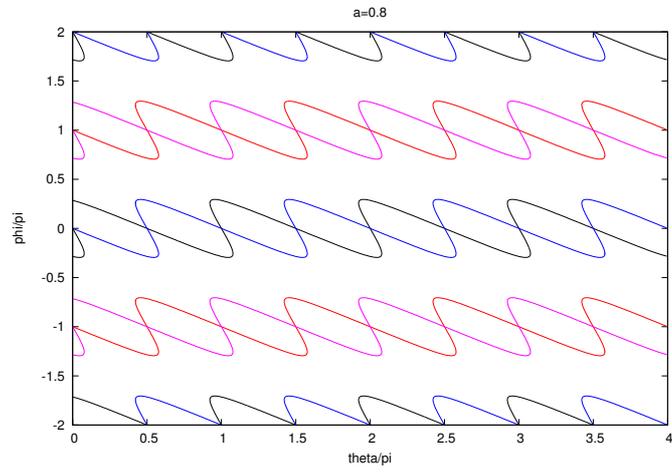


図 8: $a = 0.8$ の数値解

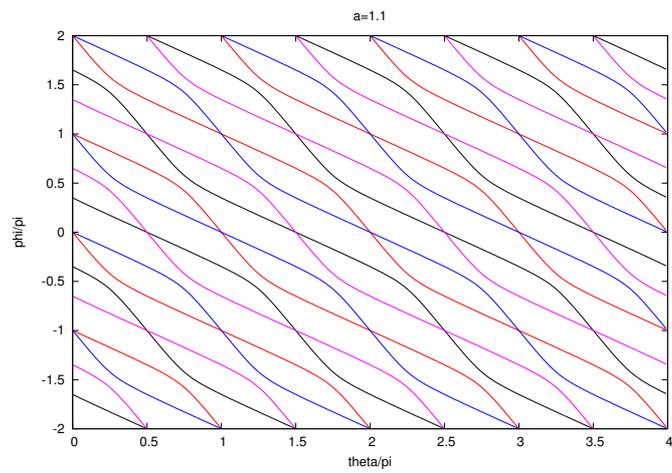


図 9: $a = 1.1$ の数値解

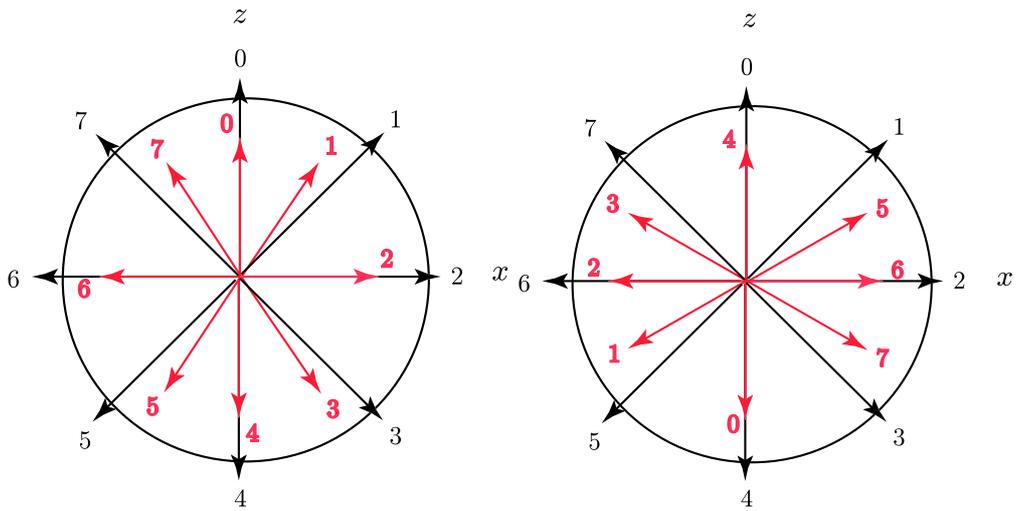


図 10: 負の異方性定数の場合, $a = 0.4$ の安定解 (左) と不安定解 (右) の磁場と磁化の方向

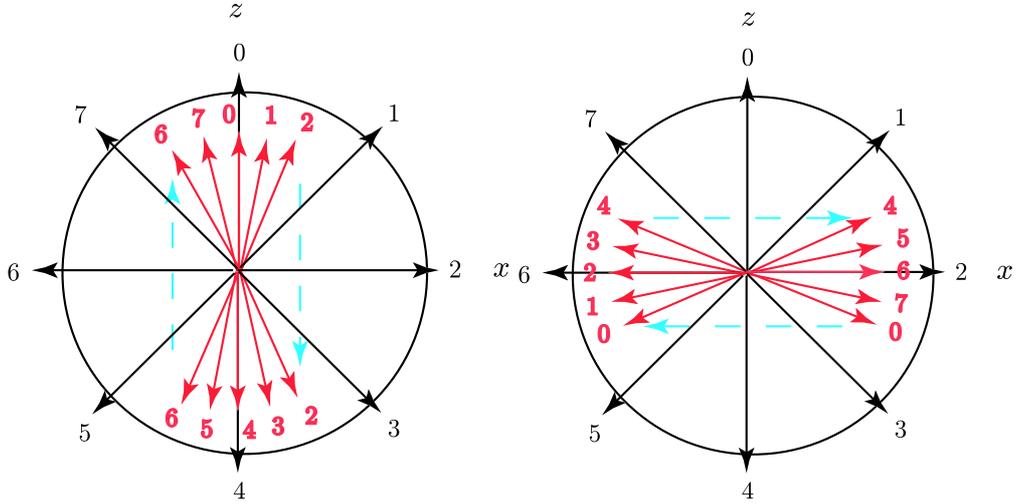


図 11: 負の異方性定数の場合, $a = 0.8$ の安定解 (左) と不安定解 (右) の磁場と磁化の方向

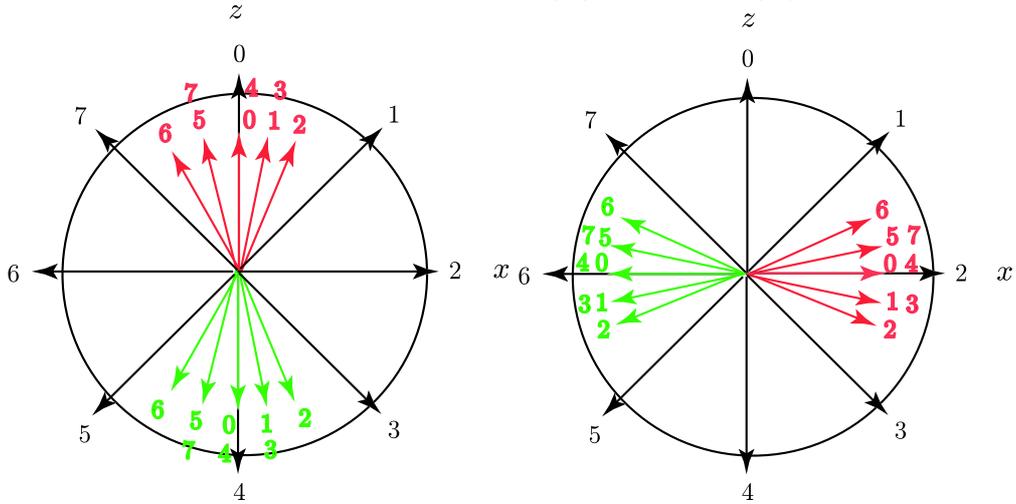


図 12: 負の異方性定数の場合, $a = 1.1$ の安定解 (左) と不安定解 (右) の磁場と磁化の方向

[4] 磁場の回転により異方性定数の符号が変わる場合

上の例では、磁場の回転によって異方性定数 a の符号は変化しない。理想的な場合には、異方性定数は磁場の回転によって変化することはない。なぜなら、そのような時、異方性定数は回転対称性を有していて、磁化が π だけ変化しても、異方性定数は変化しないからである。

しかし、実際には、その異方性定数は異方性エネルギーのうち形状効果によるがその形状の対称性や、 x 軸と容易軸との間の角度、結晶欠陥や組成の傾斜など対称性を阻害する要因などにより、それぞれの方向の異方性定数 K は異なる。そのような場合には、磁化の異方性定数が方向によって異なることがあり得る。つまり、磁場が π 回転して、それに応じて変化する磁化の異方性定数が符号を変えるということである。その例を以下で示そう。

最初に述べたような強磁性体薄膜の場合を考え、これに加えて、強磁性体の結晶軸が z 軸方向を向いて、かつ磁化容易軸とする。法線方向の異方性定数は正負の方向で同じとし、 K_z とする。一方、薄膜面内では結晶欠陥や形状効果などにより x 軸の正負の方向で異なるとしてよい。これは、例えば薄膜の場合には、膜厚の面内の分布、あるいは組成の傾斜などがあることは十分考えられることであり、そのような場合は異方性定数が正負の方向で大きさが一般に異なるとしても構わない。そこで異方性定数を、 x の正の方向では K_x^+ 、 x の負の方向では K_x^- とする。つまり、磁化の x 成分が x 軸の正の方向を向いている場合と負の方向を向いている場合で磁気異方性エネルギーが異なるという状況を考える。後で示す数値計算結果でわかるように、磁場が $0 < \theta < \pi$ にあるとき、磁化は $0 < \theta < \pi$ にあり、 $\pi < \theta < 2\pi$ にあるときは、磁化は $\pi < \theta < 2\pi$ にあることがわかる。つまり、磁気異方性エネルギーは $0 < \theta < \pi$ で K_x^+ 、 $\pi < \theta < 2\pi$ で K_x^- とする。形状的な要因による磁気異方性もこの異方性定数の中に含まれていることにする。

以上のような要因を全て考慮した全磁気異方性エネルギー E は

$$E = -K_z \cos^2 \alpha - K_x^+ \cos^2(\pi/2 - \alpha) - \mu_0 MH \cos(\alpha - \theta) \quad (0 < \theta < \pi) \quad (7)$$

$$E = -K_z \cos^2 \alpha - K_x^- \cos^2(\pi/2 - \alpha) - \mu_0 MH \cos(\alpha - \theta) \quad (\pi < \theta < 2\pi) \quad (8)$$

となる。これを少し書き換えると、

$$E = -K_z \cos^2 \alpha - K_x^+ \sin^2(\alpha) - \mu_0 MH \cos(\alpha - \theta) \quad (0 < \theta < \pi) \quad (9)$$

$$E = -K_z \cos^2 \alpha - K_x^- \sin^2(\alpha) - \mu_0 MH \cos(\alpha - \theta) \quad (\pi < \theta < 2\pi) \quad (10)$$

となる。

磁気異方性エネルギーは温度の関数であるので、相対的な大きさは温度により変化する。その中で、

$$K_x^- < K_z < K_x^+ \quad (11)$$

となる場合がある。そのような場合をここでは考えてみよう。 E の極小値を求めるために式 (7) と (8) を α で微分することにより、

$$(K_z - K_x^+) \sin 2\alpha + \mu_0 MH \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (0 \leq \theta < \pi) \quad (12)$$

$$(K_z - K_x^-) \sin 2\alpha + \mu_0 MH \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (\pi \leq \theta < 2\pi) \quad (13)$$

という等式が得られる。ここで、式 (11) を考慮すると、式 (12) と (13) の左辺 $\sin 2\alpha$ の係数の符号が変化することがわかる。つまり、式 (11) のような条件が成り立つときには、 $0 \leq \theta < \pi$ と $\pi \leq \theta < 2\pi$ の実効的な異方性定数の大きさと符号が変わることがわかる。

実効的な異方性定数が $\theta = \pi$ において符号を変えることの意味を考えてみよう。いま、簡単化して

$$a_1 = \frac{K_x^+ - K_z}{\mu_0 MH} \quad (14)$$

$$a_2 = \frac{K_z - K_x^-}{\mu_0 MH} \quad (15)$$

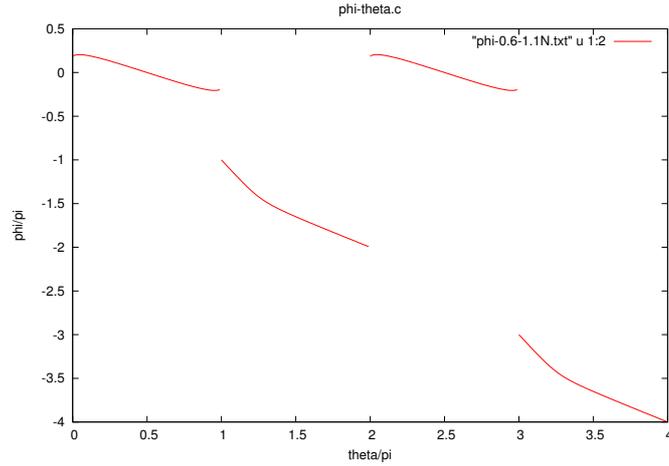


図 13: 式 (16)(17) のモデルによる $a_1 = 0.6$, $a_2 = 1.1$ の場合の ϕ 数値計算結果

のような異方性定数 $a_1 > 0$ と $a_2 > 0$ を用い, $\phi = \alpha - \theta$ と表すことにすれば, 式 (12) と (13) は

$$\sin \phi = a_1 \sin 2\alpha \quad (0 \leq \theta < \pi) \quad (16)$$

$$\sin \phi = -a_2 \sin 2\alpha \quad (\pi \leq \theta < 2\pi) \quad (17)$$

となる. 強磁性体の磁場と磁化の方向が, 式 (16), (17) で表されるような場合, π 毎に異方性定数の符号が変わるから磁場と磁化の角度差 ϕ は磁場の方向 θ の関数として, 周期 2π の不連続関数となる. π で異方性定数の符号が変化しない場合でも, ϕ が不連続に変化するので, 同じような周期 2π の不連続関数になる. 図 13 は $\theta = 0 \sim \pi$ で $a_1 = 0.6$, $\theta = 0 \sim \pi$ で $a_2 = 1.1$ の場合である. θ が π の整数倍の時に ϕ に不連続が起こる.

[3] 異常ホール効果におけるホール端子間電圧の角度依存性

異常ホール効果のホール電圧は $M_{\perp} = M \cos \alpha$ に比例するから, ホール電圧 V_H は次のような角度依存性をもつことになる.

$$V_H(\theta) = V_0 \cos \theta + V_1 \cos 2\alpha + V_2 \cos \alpha + V_3 x + V_4 \quad (18)$$

実際の異常ホール効果の実験では図 14 と図 15 に示すような $\theta = 0, \pi$ における不連続性が観察される場合がある. このような現象が観察される原因として, 上で述べたような磁化の振る舞いが十分考えられる. 実際, 式 (16), (17) により式 (18) の V_H を計算すると図 14 のようなフィットが得られる. また, 式 (17) の代わりに正の異方性定数を用い, a_2 を a_1 と異なる値を持たせれば図 15 のようなフィットも可能である. まだフィットは十分ではないのは, モデルの関数が十分ではないことと, 最小二乗フィッティングになっていないことがあげられる. 実際には最小二乗フィッティングの計算が必要であるが, これについては別のエントリーで述べる. そこでは ϕ の数値計算のプログラムと合わせ, 垂直法最小二乗フィッティングのプログラムも合わせて示す.

以上

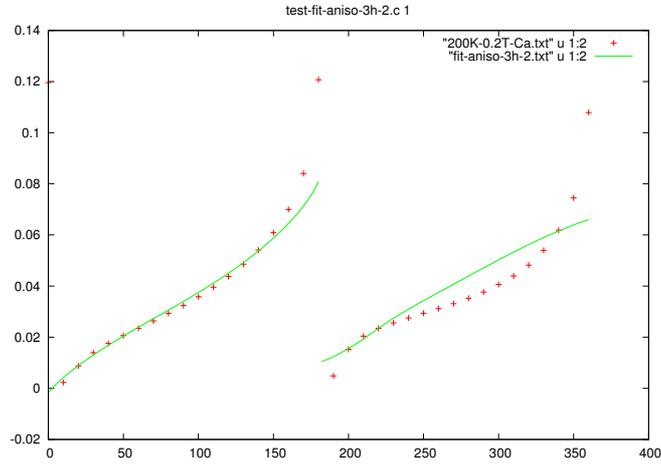


図 14: 異常ホール効果の実験結果の例とそれに対する (16), (17), (18) を用いた単純なフィット. 計算に用いたパラメータの値は, $a_1 = 0.6$, $a_2 = 1.1$, $V_0 = 0.01$, $V_1 = 0.004$, $V_2 = -0.04$, $V_3 = 0.0002$, $V_4 = 0.02$ である.

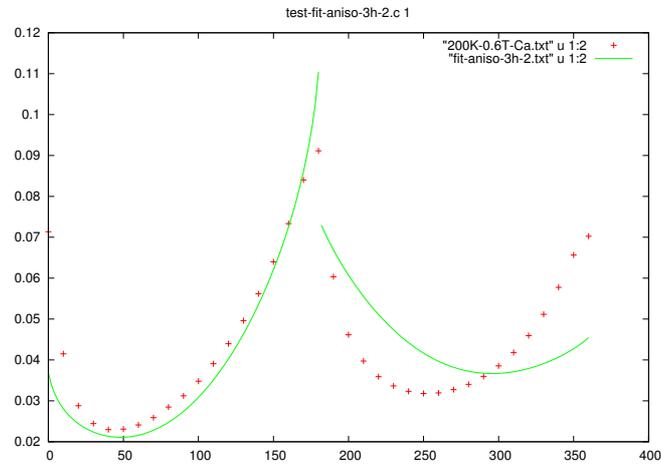


図 15: 式 (17) の代わりに式 (16) と同じような正の異方性定数を用いた計算例. 異常ホール効果の実験結果の例とそれに対する (16), (17), (18) を $a_1 = 0.55$, $a_2 = 0.8$, $V_0 = 0.005$, $V_1 = 0.028$, $V_2 = -0.04$, $V_3 = 0.00006$, $V_4 = 0.05$ である.