

残留磁化が存在し、かつ外部磁場の回転により残留磁化が磁化容易方向から制限された範囲内で回転はするが、保持力を超えないために、全角回転はしないような場合、ホール端子間の電圧は本文の後半に示されるように不連続点を含む π 周期の関数のような振舞いを示す。なぜこのような振舞いを示すのか、その理由は前のエントリーに示した。ここでは、そのような簡単なモデルによる回帰関数を考え、そのような関数への最小二乗フィッティングを考える。

1. モデル

ここでは上の考えを表すモデルとして2つの場合を考え、それぞれの回帰関数を次の2つのモデルで表す。

1-a. モデル I (aniso-3f-2)

磁化の方向を表すパラメータを $\theta < \pi$ と $\theta > \pi$ の2つの領域で大きさは同じで符号が反対として定義する。

$$F(x, y, a_k) = a_0 \cos \theta + a_1 \cos 2\alpha + a_2 \cos \alpha + a_3 x + a_4 - y, \quad (1)$$

$$\alpha = \theta + \phi, \quad (2)$$

$$\sin \phi = a_5 \sin 2\alpha \quad (0 < \theta \leq \pi), \quad (3)$$

$$\sin \phi = -a_5 \sin 2\alpha \quad (\pi < \theta \leq 2\pi) \quad (4)$$

1-b. モデル II (aniso)

このモデルでは、磁化の方向を表すパラメータを $\theta < \pi$ と $\theta > \pi$ の2つの領域で独立に定義する。定義されていない領域では0として扱う。

$$F(x, y, a_k) = a_0 \cos \theta + a_1 \cos 2\alpha + a_2 \cos \alpha + a_3 x + a_4 - y, \quad (5)$$

$$\alpha = \theta + \phi, \quad (6)$$

$$\sin \phi = a_5 \sin 2\alpha \quad (0 < \theta \leq \pi), \quad (7)$$

$$\sin \phi = -a_6 \sin 2\alpha \quad (\pi < \theta \leq 2\pi) \quad (8)$$

2. 数値計算とプログラム

具体的なプログラムは別に示す。モデル I は Hall-angle-angular-least-aniso-3f-2.c, モデル II は Hall-angle-angular-least-aniso.c として、2015/2/28 のエントリーにおいた。

プログラムは基本的に一般的な関数への最小二乗フィッティングで、線形近似の正規方程式を用いて、漸近する方法によるが、この関数は不連続関数であるため、線形近似が成り立つ範囲が狭く、この方法に抛る収束半径は極めて狭い。

結局、正規方程式は解の求める方向を得るためにのみ使用して、補正分は正規方程式の解の一部分のみに制限する方法を取った。これにより、ゆっくりとではあるが、収束することが確認できた。

以下に、実際の実験データに対して適用した最小二乗フィッティングの結果を実際に LCMO において得られた実験結果に対して試みた結果を図 1 から図 10 に具体的に示す。操作方法は、正規方程式で与えられる補正に 0.03 の係数を乗じ、200 回繰り返した結果である。

赤いプロットが実験データ，緑色の実線がモデル I によるフィット，青色の実線がモデル II によるフィットである．最適パラメータも表に示した． L は各データから回帰曲線に下した垂線の長さの自乗の和で， ρ_H は次項で示すホール抵抗率である．

3. ホール抵抗率

ホール抵抗率 ρ_H は通常のホール抵抗率と異常ホール効果で，磁化の垂直成分に比例する部分からなる．これを，磁場反転で符号を変える成分からの寄与と考えると，式 (1) で，前者は第 1 項，後者は第 3 項に対応し，第 3 項は周期が π であるから寄与は 0 である．実際には，2014/12/6 のエントリーにあるように，磁場の方向が反転すれば，係数 a_5 は一般に異なるので，モデル II のように扱う必要がある．すなわち，ホール抵抗率は式 (5) において，前者は第 1 項，後者は磁場反転で寄与する項を考えることにより， $a_2(\cos \phi_5 - \cos \phi_6)/2$ とすることができる．すなわち，

$$\rho_H = a_0 + \frac{a_2}{2}(\cos \phi_5 - \cos \phi_6) \quad (9)$$

で与えられる．ただし， ϕ_5 は，式 (5) において， $\theta = 0$ のときの ϕ であり， ϕ_6 は式 (6) において $\theta = \pi$ のときの ϕ ，つまり，式 (5) において， $\theta = 0$ ， $a_5 = a_6$ としたときの ϕ である．

実際の最小二乗フィッティングの結果から得られる ρ_H の値を表に示した．磁場が小さいときのデータとフィットの乖離は a_5 と a_6 の値に大きく影響する．図 1 から図 8 の結果を見ると，フィットが充分でないので，ある程度の誤差は避けられない．

フィットを良くするには，ここで扱ったモデルよりももっと精密なモデルを考える必要があると思われる．

4. その他フィットが十分良くないのは，回帰関数が適当でないからではない． $\theta = \pi$ で半分に分けて別々にフィッティングすれば十分良いフィットが得られる．これを図 9 と図 10 に示す．しかし，ホール抵抗率はそれぞれで全く違う値を示すようになり，それぞれの値も実際に予想される値に比べて異常である．問題は両方の領域に共通なパラメータを使わなければならないことである．ここで扱ったモデルではまだ不十分であることを示している．

[1] 200K-0.2T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.003444	0.002487	-0.027897	0.000000	0.035750	0.326763		0.000570	-0.129169
II	-0.001012	0.006356	-0.040663	0.000002	0.039039	0.411008	0.642429	0.000237	-0.206970

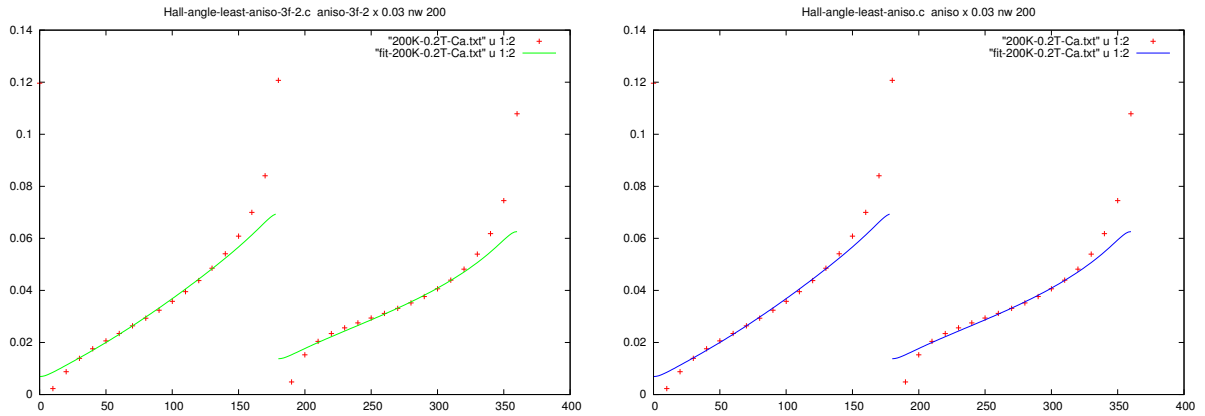


図 1: aniso-3f-2 および aniso による 200K-0.2T-Ca.txt へのフィット

[2] 200K-0.4T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.006633	0.009738	-0.027679	0.000006	0.040458	0.404974		0.000193	-0.248719
II	-0.006346	0.013834	-0.030944	0.000009	0.043788	0.447166	0.506811	0.000073	-0.245755

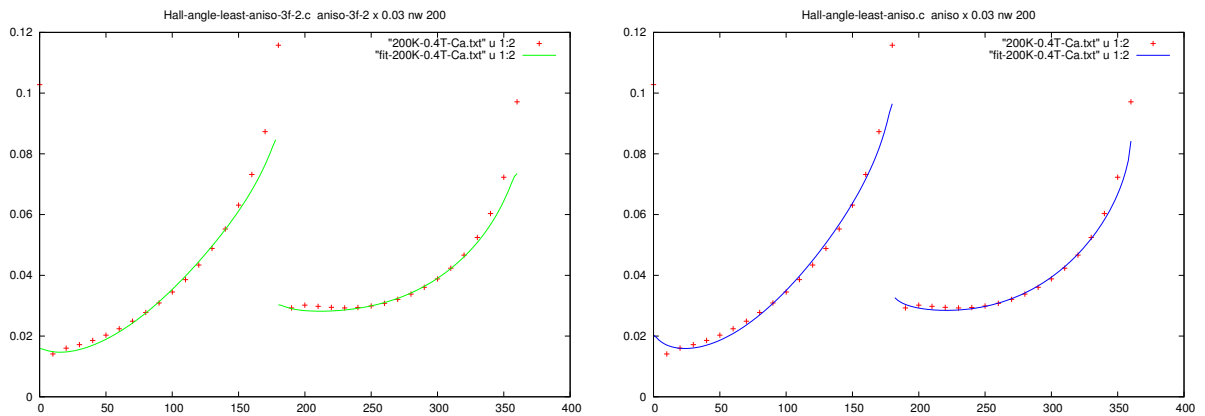


図 2: aniso-3f-2 および aniso による 200K-0.4T-Ca.txt へのフィット

[2] 200K-0.6T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.007644	0.023829	-0.020020	0.000009	0.053375	0.474052		0.000123	-0.286647
II	-0.008017	0.023441	-0.019582	0.000007	0.053027	0.46900	0.452803	0.000118	-0.300655

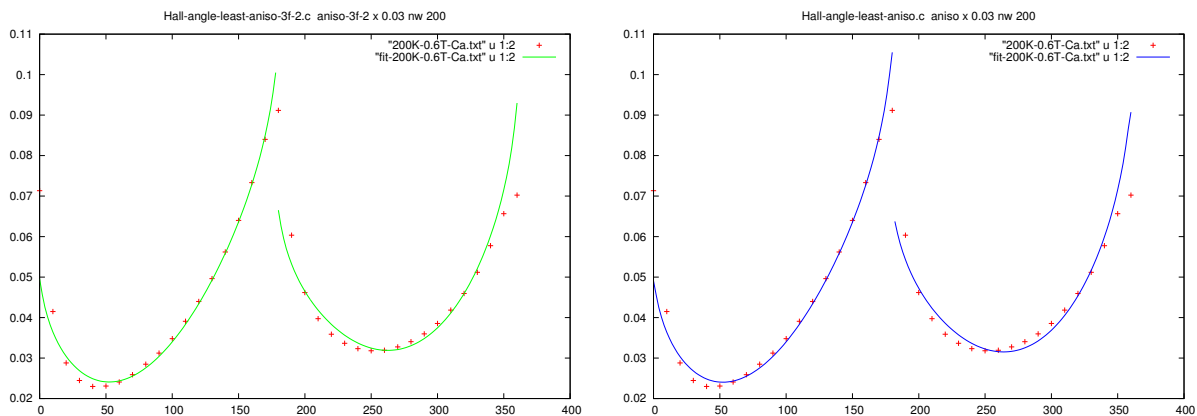


図 3: aniso-3f-2 および aniso による 200K-0.6T-Ca.txt へのフィッティング.

[2] 200K-0.8T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.007915	0.026153	-0.009709	0.000012	0.054571	0.465381		0.000127	-0.296825
II	-0.008409	0.027111	-0.009753	0.000008	0.055965	0.484044	0.456933	0.000117	-0.315328

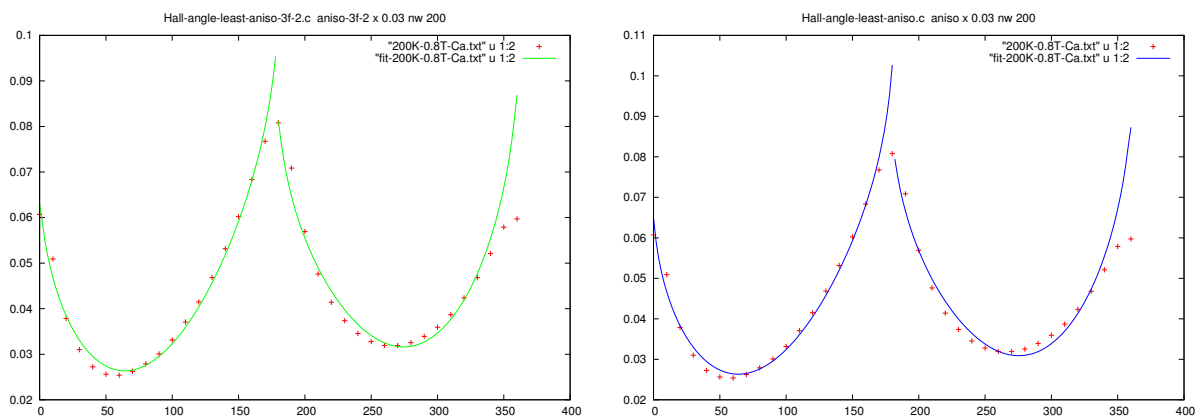


図 4: aniso-3f-2 および aniso による 200K-0.8T-Ca.txt へのフィッティング.

[2] 180K-0.2T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.000744	0.005980	-0.010798	-0.000009	0.012162	0.487589		0.000047	-0.02790
II	0.000073	0.007120	-0.010287	0.000002	0.010835	0.373771	0.706656	0.000073	-0.053666

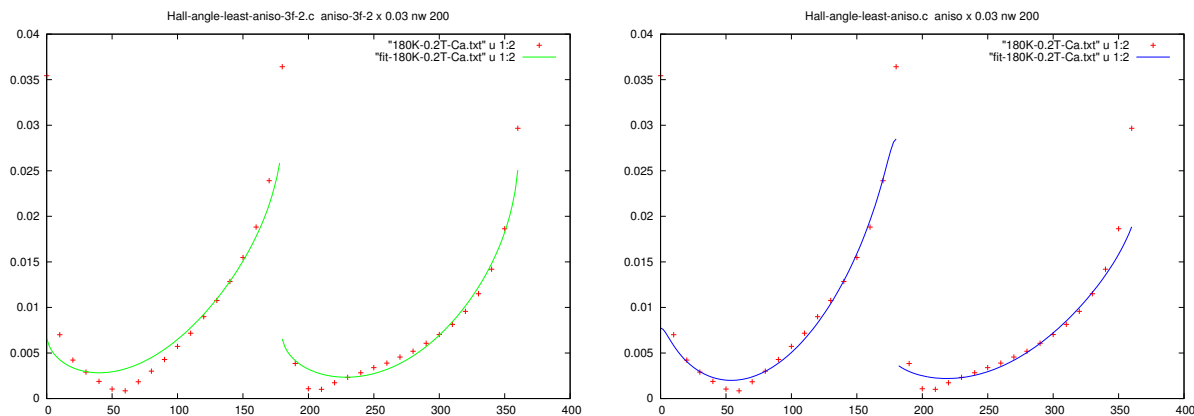


図 5: aniso-3f-2 および aniso による 180K-0.2T-Ca.txt へのフィッティング.

[2] 180K-0.4T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.001841	0.006257	-0.010172	-0.000010	0.012480	0.435416		0.000058	-0.06951
II	-0.001016	0.013325	-0.012472	0.000004	0.016525	0.589093	1,038688	0.000010	-0.124029

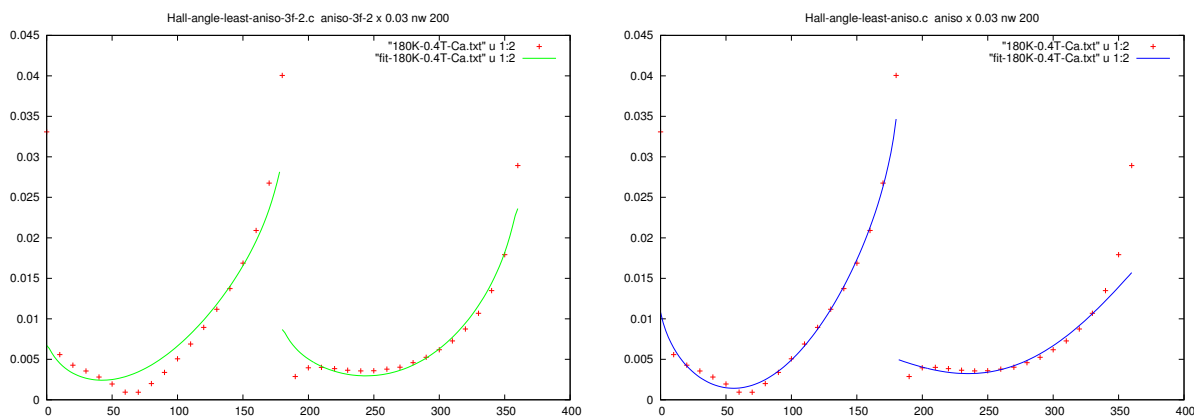


図 6: aniso-3f-2 および aniso による 180K-0.4T-Ca.txt へのフィッティング.

[2] 180K-0.6T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.004779	0.007522	-0.08207	0.000004	0.011547	0.446181		0.000018	-0.179206
II	-0.004929	0.008413	-0.008896	0.000004	0.011843	0.510717	0.496006	0.000017	-0.181320

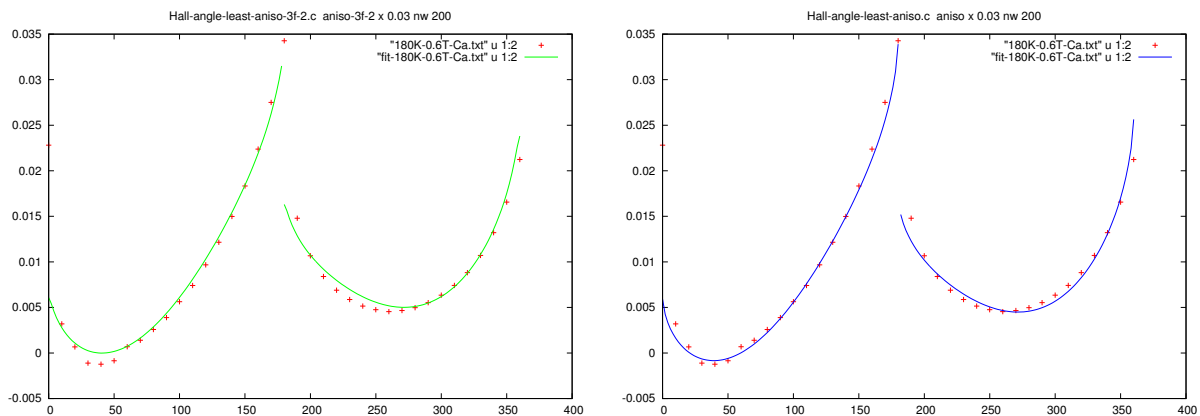


図 7: aniso-3f-2 および aniso による 180K-0.6T-Ca.txt へのフィッティング.

[2] 180K-0.8T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
I	-0.004995	0.009344	-0.003611	0.000005	0.012964	0.459495		0.000039	-0.187317
II	-0.005168	0.010700	-0.003937	0.000005	0.013744	0.474607	0.445561	0.000023	-0.193791

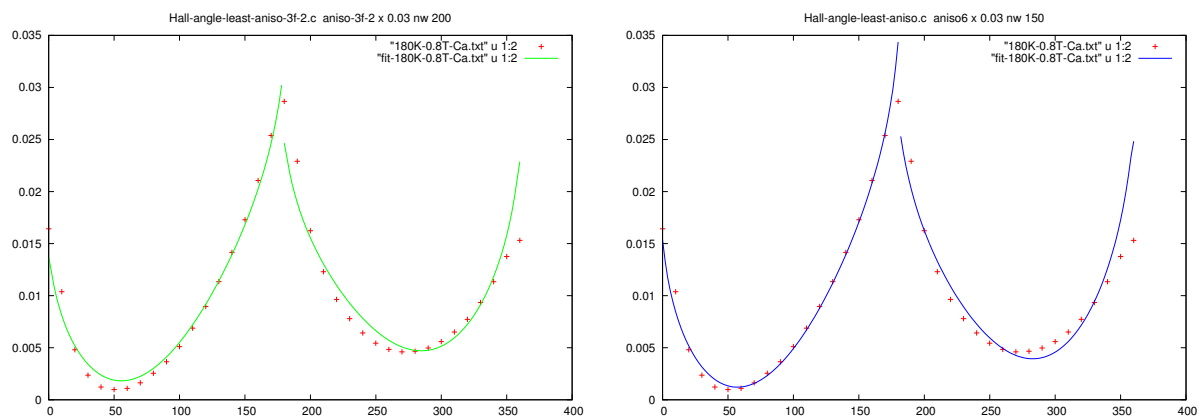


図 8: aniso-3f-2 および aniso による 180K-0.8T-Ca.txt へのフィッティング.

[2] 200K-0.2T-Ca.txt

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	L	$\rho_H(\mu \Omega \text{ cm})$
$\theta < \pi$	-0.013951	0.005861	-0.256282	-0.002574	0.269964	0.340893	0.000018	-0.179206
$\theta > \pi$	0.164089	0.021026	3.158087	0.014168	-3.771391	1.13482	0.000000	0.523148

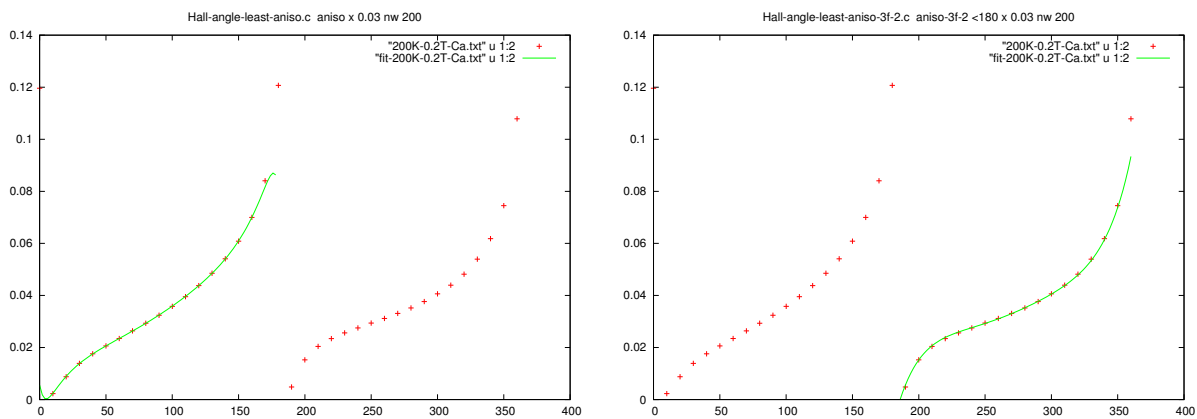


図 9: aniso-3f-2 による 200K-0.2T-Ca.txt の $\theta < \pi$ のみおよび $\theta > \pi$ のみへのフィッティング.

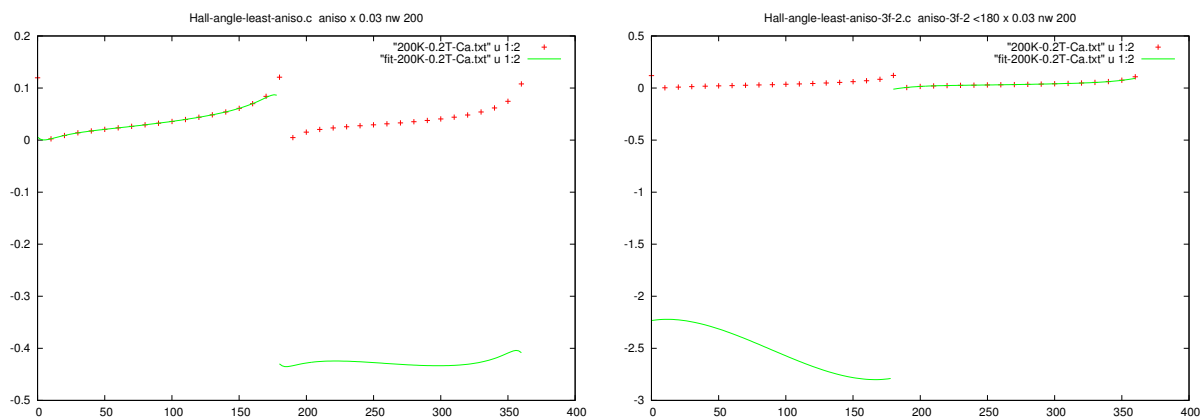


図 10: 上の aniso-3f-2 による 180K-0.6T-Ca.txt へのフィッティングの全体表示.